

今日ゼミで考えてみたこと .

p が 2 以上の整数のとき , 位相群の間の自然な連続準同型の列の逆極限

$$S_p = \varprojlim (\mathbb{R}/\mathbb{Z} \leftarrow \mathbb{R}/p\mathbb{Z} \leftarrow \mathbb{R}/p^2\mathbb{Z} \leftarrow \cdots)$$

を p 進ソレノイドといいます*¹ .

- (1) S_p は連結であることを証明せよ .
- (2) S_p の単位元の弧状連結成分が自然な準同型 $\mathbb{R} \rightarrow S_p$ の像に一致することを証明せよ . これを用いて S_p が弧状連結でないことを示せ .
- (3) S_p の 1 次元チェック・コホモロジー群を求めよ .
- (4) S_p の 1 次元特異 (コ) ホモロジー群 , 基本群はどうなるか . 高次ホモトピー群は消えるか . (ホモトピー群については , 単位元を基点にとったものを考える .)*²

*¹ ここに書いてある問題のうちいくつかは私にも答がわかりません . 確信がないものもあります .

*² (追記) (2) の自然な準同型は単射なので単位元の弧状連結成分は \mathbb{R} の連続単射像になり , このことから (4) の答はすべて自明になりそうです . (\mathbb{R} の連続単射像でホモトピー的に自明でないものはいくらでもあるのでした . この追記は撤回します . 主張自体は正しそうに思えるのですが .)